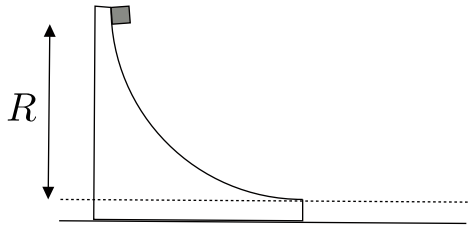
به نامِ خدا

امتحانِ پایان‌ترمِ فیزیک I دانشگاهِ الزهرا ـ تیرِ ۹۹

مسئله‌یِ ۱) جسمی به جرمِ m در ابتدا در ارتفاعِ R مطابقِ شکل رویِ سطحِ داخلیِ کره‌ای به جرمِ $2m$ قرار دارد.



الف ـ سطحِ انرژیِ پتانسیلِ صفر را با خطِ نقطه‌چین نشان داده‌ایم. انرژیِ پتانسیلِ جرمِ m چه‌قدر است؟

ب ـ این سیستم را رها می‌کنیم. همه‌یِ سطوح اصطکاک‌شان ناچیز است. وقتی جرمِ m به پایین می‌آید، جرمِ $2m$ هم عقب می‌رود. وقتی جرمِ m به پایین می‌رسد و سرعتش افقی می‌شود، انرژیِ پتانسیلِ جرمِ m چه‌قدر می‌شود؟

ج ـ تکانه اولیه سیستم چه‌قدر است؟ در حینِ پایین آمدنِ جرمِ m، تکانه‌یِ کل در چه جهتی پایسته است؟ تکانه نهاییِ سیستم وقتی جرمِ m به پایین می‌رسد و سرعتش افقی می‌شود، چه‌قدر است؟

د ـ سرعتِ نهاییِ جرم‌هایِ m و $2m$ چه‌قدر است؟

حلِ مسئله‌یِ ۱) الف ـ $U_{1i} = mgh$.

ب ـ $U_{1f} = 0$

ج ـ $\mathbf{P}_i = 0$. در راستایِ قائم دو نیرویِ خارجیِ نیرویِ گرانش و نیروی سطح که به جرمِ $2m$ وارد می‌شود، وجود دارند. پس در این راستا تکانه کل پایسته نیست. اما در راستایِ افقی نیرویِ خارجی وجود ندارد و تکانه در راستایِ افقی پایسته است. تکانه نهایی افقی است. پس با تکانه اولیه برابر است و $\mathbf{P}_f = 0$ است.

د ـ سرعتِ نهاییِ m را v_1 و سرعتِ نهاییِ $2m$ را چون رو به عقب است، $-v_2$ می‌گیریم. از

پایستگیِ تکانه افقی نتیجه می‌شود

$$P_{fx} = mv_1 + 2m(-v_2) = 0, \qquad \Rightarrow \qquad v_2 = \frac{v_1}{2}$$

از پایستگیِ انرژی نتیجه می‌شود

$$\frac{m}{2}v_1^2 + \frac{2m}{2}v_2^2 = mgR.$$

با حلِ این دو معادله نتیجه می‌شود

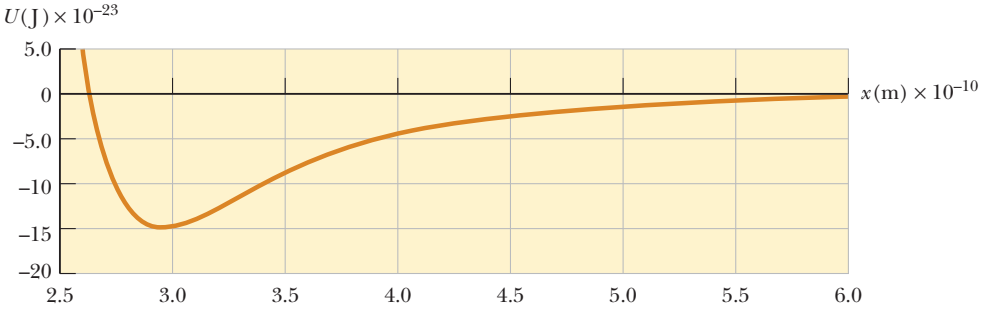
$$v_1 = 2\sqrt{\frac{gR}{3}}$$
$$v_2 = \sqrt{\frac{gR}{3}}.$$

مسئله‌یِ ۲) مدلی برایِ توصیفِ برهم‌کنشِ بینِ اتم‌هایِ سازنده‌یِ مولکول پتانسیلِ لنارد–جونز است، که در شکل می‌بینید. در آن x فاصله‌یِ بینِ اتم‌ها و $U(x)$ انرژی‌یِ پتانسیلِ برهم‌کنشِ آن‌هاست. هر عدد رویِ محورِ افقی، فاصله در واحدِ 10^{-10} متر است و هر عدد رویِ محورِ قائم، انرژی در واحدِ 10^{-23} ژول است.

الف– اگر دو ذره در فاصله‌یِ 2.7×10^{-10} متر باشند، نیرویِ بینِ‌شان دافعه است یا جاذبه؟ با استفاده از شکل توضیح دهید.

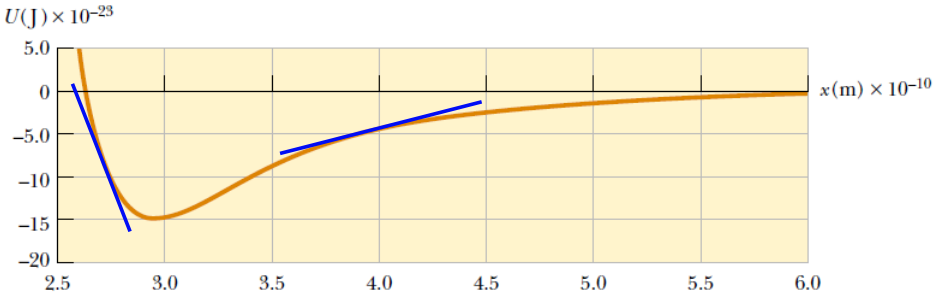
ب– اگر دو ذره در فاصله‌یِ 4.0×10^{-10} متر باشند، نیرویِ بینِ‌شان دافعه است یا جاذبه؟ با استفاده از شکل توضیح دهید.

ج– کم‌ترین انرژی‌یِ لازم برایِ این‌که اتم‌ها را خیلی از هم دور کنیم، انرژی‌یِ پیوندی نامیده می‌شود. در این مثال انرژی‌یِ پیوندی چه‌قدر است؟



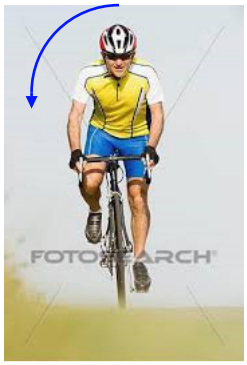
حلِ مسئلهیِ ۲) الف– وقتی فاصلهیِ دو ذره 2.7×10^{-10} متر است، شیبِ پتانسل منفی (شکل را ببینید) و بنا بر این نیرو مثبت یعنی در راستایِ افزایشِ x است. پس نیرو در جهتِ افزایشِ فاصله و دافعه است.

ب– وقتی فاصلهیِ دو ذره 4.0×10^{-10} متر است، شیبِ پتانسل مثبت (شکل را ببینید) و بنا بر این نیرو منفی یعنی در راستایِ کاهشِ x است. پس نیرو در جهتِ کاهشِ فاصله و جاذبه است.



ج– انرژیِ لازم برایِ اینکه اتمها را خیلی از هم دور کنیم، یا فاصلهیِ آنها خیلی زیاد شود، انرژیِ پیوندی است که مقدارِ آن با استفاده از شکل 15×10^{-23} ژول است.

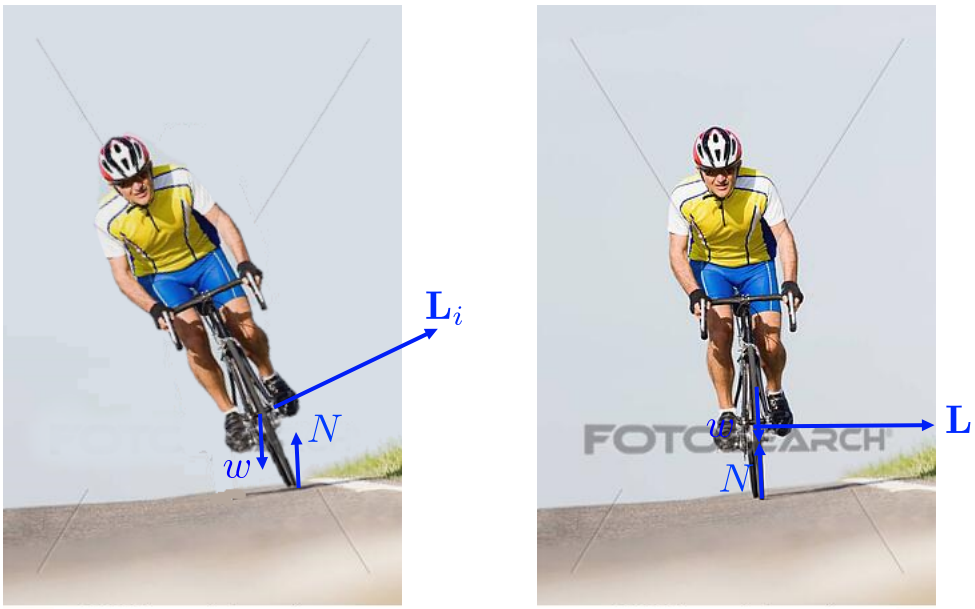
مسئلهیِ ۳) دوچرخهسواری مستقیم به سمت ما میآید. ناگهان درجهتِ فلشی که در شکلِ نشان داده شده است، دوچرخهاش را کج میکند.



الف_ آیا دوچرخه‌سوار می‌تواند در حالی‌که دوچرخه را کج کرده است، باز هم مستقیم به سمتِ ما بیاید؟ چرا؟ با استفاده از تکانه زاویه‌ای توضیح دهید.

ب_ دوچرخه‌سواری که کج شده به کدام سمت منحرف می‌شود؟ چرا؟ با استفاده از تکانه زاویه‌ای توضیح دهید.

حلِ مسئله‌یِ ۳) الف_ وقتی دوچرخه قائم است دو نیرویِ وزن و عمودی‌یِ سطح به آن وارد می‌شوند که هر دو قائم‌اند و با هم خنثی می‌شوند. گشتاورِ هر دویِ آن‌ها نسبت به مرکزِ جرم هم صفر است. در این حالت بردارِ سرعتِ زاویه‌ای، $\boldsymbol{\omega}$، و بردارِ تکانه‌زاویه‌ای، $\mathbf{L}$ در صفحه‌یِ کاغذ و عمود بر دوچرخه هستند. چون گشتاورِ خارجی ثابت است، تکانه‌زاویه‌ای ثابت می‌ماند. اما وقتی دوچرخه‌سوار کج می‌شود، مطابقِ شکل بردارِ تکانه‌زاویه‌ای‌یِ اولیه، $\mathbf{L}_i$ هم عوض می‌شود. گشتاورِ وزن نسبت به مرکزِ جرم صفر است، چون بازویِ آن صفر است، ولی گشتاورِ نیرویِ عمودی‌یِ سطح، عمود بر صفحه‌یِ کاغذ و در جهتِ حرکتِ دوچرخه است. این گشتاورِ خارجی باعث می‌شود، بردارِ تکانه‌زاویه‌ای، $\mathbf{L}$ عوض شود. بنا بر این جهتِ بردارِ تکانه‌زاویه‌ای را عوض می‌کند و دوچرخه‌سوار نمی‌تواند مستقیم حرکت کند.



ب- چون $\frac{\mathrm{d}\mathbf{L}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\tau}$ است، $\mathbf{L}_f \approx \mathbf{L}_i + \boldsymbol{\tau}\Delta t$ پس از زمانِ Δt بردارِ تکانه‌زاویه‌ای‌ِ نهایی $\mathbf{L}_f$ مولفه‌ای عمود بر صفحه‌یِ کاغذ و در جهتِ حرکتِ دوچرخه‌سوار دارد. بنابراین دوچرخه‌سواری که کج شده به سمتِ راستِ خودش منحرف می‌شود. به همین دلیل است که موتورسوارها در پیچِ جاده موتورِ خود را کج می‌کنند.